

### Vergleich der Fertilität im deutschen Hochadel ab 1600 mit der "Natural Fertility"

Schröter, Wilko

Veröffentlichungsversion / Published Version  
Zeitschriftenartikel / journal article

Zur Verfügung gestellt in Kooperation mit / provided in cooperation with:  
GESIS - Leibniz-Institut für Sozialwissenschaften

#### Empfohlene Zitierung / Suggested Citation:

Schröter, W. (2007). Vergleich der Fertilität im deutschen Hochadel ab 1600 mit der "Natural Fertility". *Historical Social Research*, 32(2), 68-90. <https://doi.org/10.12759/hsr.32.2007.2.68-90>

#### Nutzungsbedingungen:

Dieser Text wird unter einer CC BY Lizenz (Namensnennung) zur Verfügung gestellt. Nähere Auskünfte zu den CC-Lizenzen finden Sie hier:  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>

#### Terms of use:

This document is made available under a CC BY Licence (Attribution). For more Information see:  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

## Vergleich der Fertilität im deutschen Hochadel ab 1600 mit der „Natural Fertility“

*Wilko Schröter*\*

**Abstract:** »Comparison of Fertility of the German High Nobility by Means of “Natural Fertility”, 17<sup>th</sup> – 19<sup>th</sup> Century«. This article compares the fertility of the German high nobility with the ‘natural fertility’ by means of the Espen-shade, Coale & Trussell and Page fertility models from the 17<sup>th</sup> to the 19<sup>th</sup> century. There were all 7.292 possible records collected and grouped into three cohorts. The assumption of reproduction behaviour accordingly the ‘natural fertility’ can be disproved. A small deliberate birth control is already verifiable in the 17<sup>th</sup> century, but the strong increase of the birth control begins in the 18<sup>th</sup> century. The German high nobility was in danger of extinction, but vice versa there were high costs for an adequate care for the offspring. As a compromise the fertility was high, but the ‘nature fertility’ level was never reached. From all used models the Page fertility model was the most suitable, however, in Historical Demography it can be used seldom due to the fact that it needs age duration specific marriage fertility rates.

Der deutsche Hochadel stellt aus historisch-demographischer Sicht ein höchst interessantes Untersuchungsobjekt dar, denn im Gegensatz zum niederen Adel, der im wesentlichen seine Stammbücher selbst führte und den mittels Familienrekonstitution aus Kirchenbüchern gewonnenen Daten über die Bevölkerung eines Kirchspiels blieb bei den regierenden Herrscherhäusern nahezu kein demographisches Ereignis von der Öffentlichkeit unbeobachtet und undokumentiert. Im politisch zersplitterten Deutschland gab es noch dazu eine relativ große Zahl von regierenden Familien, die so genannten Standesherrlichen Häuser. Die Daten des regierenden Hochadels dürften somit für die Ermittlung von demographischen Parametern wie Mortalität, Fertilität und Nuptialität die

---

\* Address all communications to: Wilko Schröter, Institut für Wirtschafts- und Sozialgeschichte, Universität Wien, Dr. Karl Lueger Ring 1, 1010 Wien, Austria;  
e-mail: wilko.schroeter@univie.ac.at.

mit weitem Abstand zuverlässigste historisch-demographische Quelle für den Zeitraum von der Reformation bis zur Einführung der amtlichen Statistik mit der Gründung des Deutschen Reiches darstellen. Natürlich lassen sich aus den Daten gewonnene Ergebnisse nicht ohne weiteres auf die Allgemeinbevölkerung übertragen, aber bei bestimmten demographischen Fragestellungen, beispielsweise nach der Säuglingssterblichkeit, zeigen sie einen Grenzwert der möglichen Überlebenswahrscheinlichkeit auch für die Allgemeinbevölkerung auf. Leider blieb diese Quelle in der historisch-demographischen Forschung bis auf wenige Ausnahmen (z. B. Hollingsworth 1957, Peller 1965, Hurwicz 1998) bisher weitgehend unbeachtet.

Dieser Aufsatz untersucht das Verhältnis der Fertilität des gesamten deutschen Hochadels zur „Natural Fertility“ ab 1.1.1600. Eine solche Analyse ist bisher nicht bekannt, es lässt sich allerdings vermuten, da das Überleben eines Hochadeligen Hauses an dem Überleben mindestens eines männlichen Erbfolgers geknüpft ist, dass die Fertilität stark an die „Natural Fertility“ heranreicht.

## Die „Natural Fertility“

Die Regularität im Reproduktionsverhalten entstammt dem von Henry (1953, 1961) eingeführten Konzept der „natürlichen Fertilität“. Die „Natural Fertility“ betrifft nach Henry eine Bevölkerung, in der keine bewusste Geburtenkontrolle erfolgt. Die Geburtenkontrolle schließt nach Henrys Definition Faktoren aus, die die Fertilität reduzieren können, aber unabhängig von der bereits vorhandenen Kinderzahl sind. Daher unterscheiden sich Populationen mit „natürlicher Fertilität“ in der tatsächlichen Kinderzahl. Es gibt nämlich eine ganze Reihe von Faktoren (beispielsweise die durchschnittliche Dauer der Stillzeiten, sexuelle Tabus während der Stillzeit etc.), die zu einer unterschiedlichen endgültigen Kinderzahl führen. Entscheidend für die Eigenschaft der „natürlichen Fertilität“ ist deshalb das Kriterium, dass eine Familie sich bei der Reproduktion paritätsunabhängig verhält. Der logische Gegensatz zur „Natural Fertility“ ist die „Target Fertility“, ein Reproduktionsverhalten, das auf eine bestimmte endgültige Kinderzahl ausgerichtet ist, die im Extremfall auch Null sein kann.

Henry sammelte aus 13 gesellschaftlichen und religiösen Gruppen oder Bevölkerungen (so beispielsweise der Sekte der Hutterer, die vorwiegend in den USA und in Kanada leben, den Bevölkerungen verschiedener Orte in der Normandie im 17. oder 18. Jahrhundert oder der Bevölkerung Taiwans vor 1900) Daten über Niveau und Struktur der Fertilität und stellte fest, dass die eheliche Fertilität dieser Populationen ohne explizite Geburtenkontrolle sich in der Struktur sehr stark entspricht, sobald man ein identisches Heiratsalter vergleicht. Das absolute Niveau der Fertilität dagegen unterscheidet sich zum Teil beträchtlich. Die Modellfertilitätstafeln bauen exakt auf beiden Zusammenhängen auf. Coale und Trussell (1974) bilden aus 10 der 13 Verteilungen von

Henry einen Durchschnitt, der als Norm dient. Dabei wird aber zugleich die zweite Erfahrung von Henry verarbeitet, dass nämlich das absolute Niveau nicht bestimmbar ist. Die Modellfertilitätstafeln sind deshalb konsequent nur als Modell-Verteilungen formuliert. Das jeweilige absolute Niveau der Gesamtfertilität muss vorgegeben und den Tafeln multiplikativ vorangestellt werden.

Wilson, Oeppen und Pardoe (1988: 10) kritisieren nach der Untersuchung der Originaldaten allerdings, dass zwei der von Coale und Trussell benutzten 10 Verteilungen (Sotteville-Les-Rouen und Crulai) unzulässigerweise von Henry angepasst wurden, um einen besseren Fit mit dem allgemeinen Muster zu erreichen. Die Manipulationen fallen allerdings maßvoll aus.

Die in diesem Aufsatz als Referenzpopulation der „Natural Fertility“ mit der höchsten Fertilität genutzte Bevölkerungsgruppe der Hutterer sind ein Teil jener reformatorischen Bewegung des frühen 16. Jahrhunderts, die unter dem Begriff „Täufer“ zusammengefasst wird. Von ihren Gegnern wurden die Angehörigen dieser Bewegung oft als Wiedertäufer oder Anabaptisten bezeichnet, aber in Wahrheit kam es lediglich in der Frühphase der Täuferbewegung zur Wiederholung der christlichen Taufhandlung der von den christlichen Konfessionen im Kindesalter Getauften, also zur Glaubentaufe; spätestens in der zweiten Generation wurden die Angehörigen der Täufergemeinden aber nicht mehr als Kinder, sondern als Mündige getauft.

## Die Datenbasis

Als Grundlage zur Erfassung der demographischen Daten des deutschen Hochadels dienen die Isenburg-Stammtafeln, 2. berichtigte Auflage von 1956. Insgesamt wurden 7.292 Datensätze erfasst. Die ermittelten Daten wurden im weiteren Verlauf in drei Kohorten (17. Jahrhundert, 18. Jahrhundert und 19. Jahrhundert) gruppiert, um brauchbare Fallzahlen zu erhalten. Außerdem wurden zur Fertilitätsanalyse die Risikopopulation und die Lebendgeburten je Alter berechnet. Praktisch waren alle europäischen Herrscherfamilien eng miteinander verwandt und sind somit Teil des Datensatzes. In den Isenburg-Stammtafeln liegen zwar bereits ab etwa dem 8. Jahrhundert für die damaligen regierenden Familien Aufzeichnungen auch am Beginn des Lebens vor, allerdings sind vor dem 17. Jahrhundert die Datenangaben erkennbar unvollständig und sind darüber hinaus auch nicht zahlreich genug, um ihre Auswertung rechtfertigen zu können. Häufig fehlen für diese Zeit genaue Geburts- oder Sterbedaten, manchmal das Geschlecht unbekannt, und auch die Dokumentation der Totgeburten ist vor dem 17. Jahrhundert sehr unvollständig. Gerade die Zersplitterung der deutschen Staaten im Gefolge des 30-jährigen Krieges hat zudem am Beginn des 17. Jahrhunderts viele selbständige Herrscherhäuser neu geschaffen, die es vorher nicht gab.

## Modelle zur Beschreibung der Abweichung einer tatsächlichen von der „natürlichen Fertilität“

Überall dort, wo Geburtenbeschränkung nicht oder nur unter hohen (ökonomischen, physischen oder psychischen) Kosten durchführbar ist, ist die Erfahrung typisch, dass Geburtenbeschränkung zumindest am Beginn der Partnerschaft gar nicht oder nur marginal praktiziert wird. Eine systematische Abweichung der tatsächlichen von der natürlichen Verteilung der ehelichen oder ehedauer-spezifischen Fertilität im weiteren Verlauf von Partnerschaften kann nach zwei Grundprinzipien und/oder deren Kombination erfolgen: Espenshade (1971) nimmt an, dass die tatsächliche der natürlichen Fertilität bis zur angezielten Kinderzahl relativ genau entspricht, von dem Moment an, wo die gewünschte Kinderzahl erreicht ist, aber zu Null wird. Etwas plausibler dürfte die zweite Hypothese sein, die den Modelltafeln von Coale und Trussell zugrunde liegt. Danach nimmt das Ausmaß der Geburtenkontrolle mit zunehmender Kinderzahl immer stärker (proportional) zu. Darüber hinaus dürfte es faktisch zusätzliche Einflüsse geben wie etwa die Ehedauer (Page 1977). Die Berücksichtigung dieser Aspekte erfordert allerdings eine größere Zahl von einzubeziehenden Schätzparametern.

### Das Espenshade-Modell

Das erste Modell hält sich am dichtesten an den Originalbegriff der „natürlichen Fertilität“ nach Henry. Espenshade (1971: 525 ff.) setzte voraus, dass die eheliche Fertilität der „natürlichen Fertilität“ folgt, bis die gewünschte Zahl überlebender Kinder erreicht ist. Nach diesem Zeitpunkt weicht die eheliche Fertilität von der „natürlichen Fertilität“ in regelmäßiger Weise ab. Espenshade fand seine Voraussetzung durch eine Untersuchung einer Population der Amischen in Lancaster bestätigt. Unglücklicherweise ist solch ein Modell stark restriktiv, da es keine Geburtenkontrolle vor Erreichen der gewünschten Kinderzahl gibt. Vor allem für die Modellierung der Fertilität in modernen entwickelten Ländern erweist sich diese Restriktion als ungeeignet, da hier die Erstgeburt vor allem von Akademikerinnen aufgeschoben und somit stark kontrolliert wird.

Als Basis der „natürlichen Fertilität“ verwendet Espenshade aus Henrys Sammlung „natürlicher Fertilitäten“ die Population der Hutterer (Heiraten zwischen 1931-1930), weil sie die höchsten ehelichen Fertilitätsraten aufweist, die zuverlässig aufgezeichnet wurden. Nach Espenshade versucht jedes Ehepaar in einer Population mit Geburtenkontrolle zusätzliche Geburten nach Erreichen der „Target Fertility“ zu vermeiden.

Wenn  $H(a)$  den ehelichen Fertilitätsverlauf der Hutterer für die Alter  $a$  repräsentiert und  $\pi(a)$  eine andere Population mit „natürlicher Fertilität“ bedeutet,

dann lässt sich die Beziehung zwischen den beiden Verläufen annähernd darstellen als

$$\pi(a) = b_1 H(a), \text{ (Gleichung 1)}$$

wobei  $b_1$  in seiner Proportionalität konstant bleibt. Wenn  $\pi(a)$  den ehelichen Fertilitätsverlauf einer Population beschreibt, die eine Geburtenkontrolle praktiziert, dann lässt sich die Gleichung 1 nicht mehr anwenden, weil die beobachteten ehelichen Fertilitätsraten  $\pi(a)$  signifikant von den zugrunde gelegten natürlichen Fertilitätsraten  $b_1 \cdot H(a)$  in den Altersintervallen abweichen werden, in denen eine Geburtenkontrolle durchgeführt wird.

Die Geburtenkontrolle kommt am häufigsten bei älteren Frauen mit einer hohen Geburtenzahl vor, während sie am geringsten bei jungen Frauen mit keinen oder wenigen Geburten ist. Daraus folgt, dass die prozentualen Abweichungen oder beobachteten ehelichen Fertilitätsraten von der „natürlichen Fertilität“ am größten bei den oberen Altersintervallen und am geringsten in den unteren Altersintervallen sind. Diese Situation lässt sich auch als Polynom beschreiben:

$$\pi(a) / b_1 H(a) = cx^2 + 1, \text{ mit } c < 0, x \geq 0. \quad \text{(Gleichung 2)}$$

Es gibt keinen Unterschied zwischen der beobachteten und der „natürlichen Fertilität“, wenn  $c = 0$  und das Verhältnis  $\pi(a) / b_1 H(a)$  von 1 fällt, wenn  $x$  ansteigt.

Die Geburtenkontrolle wird durch die Anzahl der überlebenden Kinder diktiert, die wiederum von der individuellen Fertilität und der Erfahrung der Säuglings- und Kindersterblichkeit eines jeden Paares bestimmt ist. Um den kombinierten Einfluss von Fertilität und Mortalität widerzuspiegeln, bezeichnet Espenshade mit  $N_S(a)$  die „mittlere“ Anzahl überlebender Kinder im Alter  $a$  (Espenshade 1971: 527. Die Kinder unterliegen einem Mortalitätsverlauf  $p(a')$ , wobei  $p(a')$  die Überlebenswahrscheinlichkeit von der Geburt bis zum Alter  $a'$  bedeutet. Bei der Annahme von kontinuierlichen Fertilitäts- und Mortalitätsverläufen kann  $N_S(a)$  als

$$N_S(a) = \int_0^a \pi(a-t)p(t)dt \quad \text{(Gleichung 3)}$$

ausgedrückt werden.  $N_S(a)$  ist also das Integral der Fertilität für alle vorherigen Altersstufen multipliziert für jede Geburtskohorte mit der Überlebenswahrscheinlichkeit von der Geburt bis zum Alter  $a$  der Mutter.

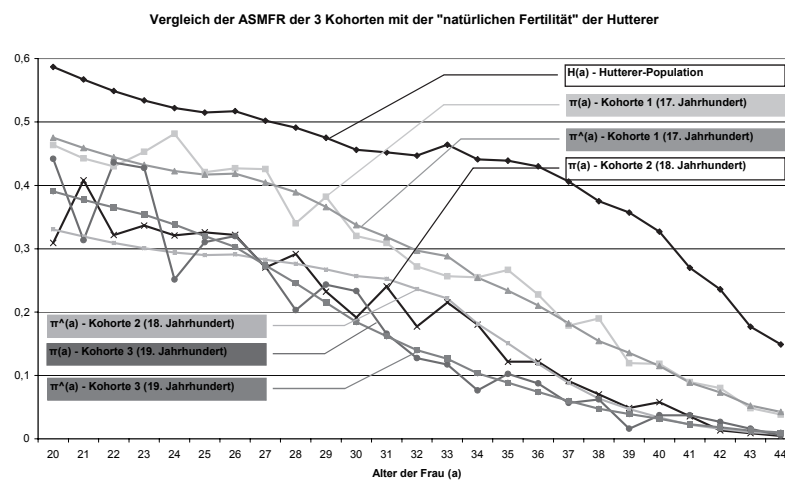
Gleichung 1 kann jetzt für Geburtenkontrolle praktizierende Populationen umgeschrieben werden als

$$\pi(a) = b_1 H(a) [c N_S(a)^2 + 1]. \quad \text{(Gleichung 4)}$$

Somit zeigen sich die tatsächlichen Ehefertilitätsraten als Abweichungen einer „natürlichen Fertilität“. Mit zunehmendem Alter werden die Abweichungen zwischen der beobachteten und der „natürlichen Fertilität“ immer größer.

Die Parameter  $b_1$  und  $b_2$  wurden entsprechend der OLS-Regression geschätzt. Dabei ergaben sich für die altersspezifischen Fertilitätsraten der Kohorten 1 bis 3 die folgenden Verläufe:

Abb. 1: Die tatsächlichen und geschätzten Verläufe der altersspezifischen Ehefertilitätsraten der Kohorten 1 bis 3 im Vergleich zu den Ehefertilitätsraten der Huttererpopulation  $H(a)$



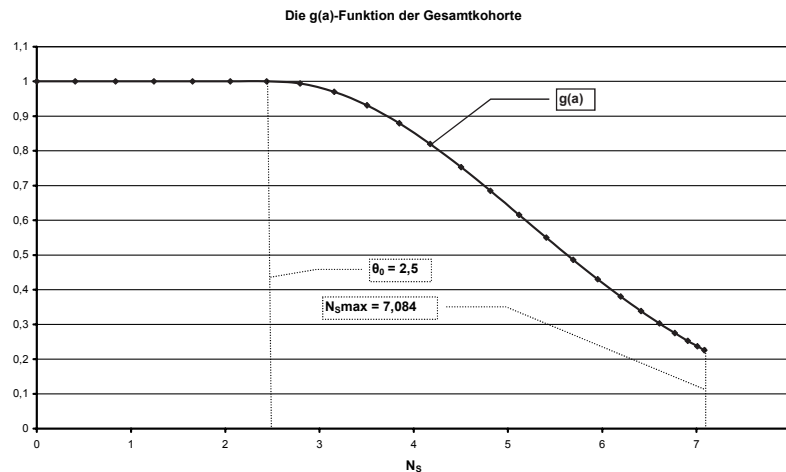
Hierbei zeigt sich, dass die geschätzten altersspezifischen Ehefertilitätsraten von den beobachteten Werten nur gering abweichen und dass die Fertilitätsraten weit unter der „natürlichen Fertilität“ der Hutterer liegen und dabei von Jahrhundert zu Jahrhundert stetig zurückgehen. Konkret nahmen die einzelnen Parameter folgende Werte an:

Tab. 1: Die Schätzparameter  $b_1$  und  $b_2$  im Espenshade-Modell für die Kohorten 1 bis 3

	<i>Kohorte 1 (17. Jahrhundert)</i>	<i>Kohorte 2 (18. Jahrhundert)</i>	<i>Kohorte 3 (19. Jahrhundert)</i>
$b_1$	0,563	0,809	0,665
$b_2$	0,249	0,049	0,061
$R^2$	0,935	0,950	0,880
$\theta$	4	2,5	1

Besonders interessant ist dabei der geschätzte Wert von  $\theta$ , der besagt, wieviele Kinder noch entsprechend der „natürlichen Fertilität“ geboren werden. Waren dies im 17. Jahrhundert noch 4 Kinder, so ging diese Zahl auf 2,5 im 18. und 1 im 19. Jahrhundert zurück. Für die Gesamtkohorte (17. bis 19. Jahrhundert) zeigt sich dabei der folgende Verlauf der OLS-Schätzfunktion:

Abb. 2: Die Schätzfunktion  $g(a)$  für die Gesamtkohorte (17. bis 19. Jahrhundert)



### Das relationale Fertilitäts-Modell von Ansley J. Coale und T. James Trussell

Relationale Modelle kombinieren die tabellarischen Ansätze der Modelltafeln mit verschiedenen mathematischen Ansätzen.

Ausgangspunkt der Untersuchungen von Coale und Trussell war die Basisgleichung der Theorie der stabilen Bevölkerungen:

$$\int_{\alpha}^{\beta} e^{-ra} p(a) m(a) da = 1,0. \quad (\text{Gleichung 5})$$

Ihr Ziel war es, die Natur einer Menge von Nettofertilitätsfunktionen zu untersuchen, die die gesamte Vielfalt der Fertilität in großen Populationen darstellt.

Die Grundannahme, mit denen die Modellverläufe (Coale und Trussell 1974: 185 ff.) kalkuliert wurden, ist, dass sich die Fertilität der Altersstruktur angleicht, die sich ergibt, wenn zwei Modellteilverläufe miteinander multipliziert werden: einer Folge der Anteile derjenigen, die in jedem Alter jemals



verheiratet waren und einem Modellverlauf der ehelichen Fertilität. Der Anteil derjenigen, die im Alter  $a$  jemals verheiratet waren, wird bei Coale und Trussell mit  $G(a)$  bezeichnet, und der Anteil der verheirateten Frauen im Alter  $a$ , die eine Lebendgeburt erbrachten, erhält die Bezeichnung  $r(a)$ , so dass sich die altersspezifische Fertilität ergibt als

$$f(a) = G(a) \cdot r(a). \quad (\text{Gleichung 6})$$

Diese Gleichung entspricht genau einer hypothetischen Bevölkerung, in der es keine außereheliche Fertilität und keine Ehescheidung vor der Beendigung der fertilen Phase gibt. Sie macht die Berechnung von Modellfertilitätsverläufen mittels dreier Parameter möglich, zwei Parameter werden benötigt, um den Modellverlauf der Anteile der jemals Geheirateten zu bestimmen, und ein Parameter spezifiziert einen Modellverlauf der ehelichen Fertilität.

Die Erstheiratshäufigkeiten bilden in verschiedenen Kohorten eine Kurve mit derselben Form. Was sich unterscheidet, ist das Erstheiratsalter, die Breite der Altersspanne, in der die meisten Heiraten vorgenommen werden, und der Anteil der Überlebenden der Kohorte, in den fortgeschrittenen Altersgängen, der jemals geheiratet hat. Die Gleichartigkeit in der Struktur der Altersverteilung der Erstheiraten in verschiedenen Kohorten ist analog der allgemeinen Form, die verschiedene Normalverteilungen charakterisiert, die nur ähnlich sind, wenn der Durchschnitt, die Standardabweichung und die Populationsgröße vorgegeben sind.

Wenn der Effekt der unterschiedlichen Mortalität durch den Heiratsstatus des Anteils der jemals Verheirateten vernachlässigt wird, impliziert die Existenz einer Standardverteilung der Erstheiratshäufigkeiten eine Standardkurve, die den Anteil der jemals Verheirateten in unterschiedlichen Kohorten beschreibt. Allerdings ist nur die Form standardisiert, Unterschiede zeigen sich beim Startalter, in der Kurvengeschwindigkeit und im maximalen Anteil derjenigen, die jemals geheiratet haben. Wenn der Standardanteil der jeweils Verheirateten  $x$  Jahre nach dem Erstheiratsbeginn mit  $G_S(x)$  bezeichnet wird, ist in jeder Kohorte

$$G(a) = C \cdot G_S\left(\frac{a - a_0}{k}\right), \quad (\text{Gleichung 7})$$

wobei  $C$  einen Faktor darstellt, der durch den Maximalanteil der jemals Verheirateten bestimmt wird,  $a_0$  das Alter der Heiratsbeginns beschreibt und  $k$  den Skalenfaktor bedeutet, der die Anzahl der Heiratsjahre in der gegebenen Population ausdrückt, die einem Jahr in der Standardpopulation entsprechen. Wenn  $k = 1,0$  gilt, erscheinen die ersten Heiraten mit derselben Geschwindigkeit wie in der schwedischen Population des 19. Jahrhunderts, bei  $k = 0,5$  haben die Erstheiraten die doppelte Geschwindigkeit der Standardpopulation.

Louis Henry fand ein charakteristisches Muster der ehelichen Fertilität in Populationen, in denen nur wenig oder keine freiwillige Geburtenkontrolle existiert. Diese Regularität ermöglicht es, Fertilitätsverläufe mit nur einem Parameter zu modellieren: die eheliche Fertilität folgt entweder der „natürlichen Fertilität“ (wenn keine willentliche Geburtenkontrolle vorgenommen wird) oder weicht von der „natürlichen Fertilität“ nach einem typischen Muster ab, das mit dem Alter ansteigt. In einer Bevölkerung, in der die Fertilität freiwillig kontrolliert wird, ergibt sich das Verhältnis von der ehelichen Fertilität in jedem Alter ( $r(a)$ ) zu dem Verlauf der „natürlichen Fertilität“ ( $n(a)$ ) nach:

$$\frac{r(a)}{n(a)} = M \cdot e^{m \cdot v(a)}. \quad (\text{Gleichung 8})$$

Der Faktor  $M$  repräsentiert einen Skalenfaktor, der das Verhältnis  $r(a)/n(a)$  zu jedem beliebigen Alter darstellt. Weil nur das Altersmuster der Fertilität, nicht aber die Höhe betrachtet wird, hat der Wert von  $M$  keine Signifikanz bei der Konstruktion der Fertilitätsverläufe. Die Funktion  $v(a)$  drückt die Tendenz älterer Frauen in Populationen mit Verhütung oder Schwangerschaftsabbruch aus, teilweise starke Reduktionen der Fertilität unter das natürliche Niveau zu bewirken.

Die Funktionen  $n(a)$  und  $v(a)$  wurden von empirischen Daten abgeleitet, wobei zuerst die Werte von  $n(a)$  und  $v(a)$  für 5-Jahres-Intervalle ab Alter 20 angenähert und anschließend die Werte für die Einzelalter per Freihand-Interpolation ermittelt wurden. Die sieben Werte der 5-Jahres-Intervalle der  $n(a)$  entstanden durch Berechnung des arithmetischen Mittels der Bevölkerungen mit „natürlicher Fertilität“ nach Henry (1961: 81 ff.). Von zehn Populationen wurden Mittelwerte gebildet, nachdem drei Populationen verworfen wurden, die auf Untersuchungen beruhen, in denen die falschen Altersangaben besonders hervortraten. Die sieben  $v(a)$ -Werte entstanden durch Berechnung aus den ehelichen Fertilitätsverläufen des Demographischen Jahrbuches der Vereinten Nationen von 1965. Wiederum wurden Verläufe mit offensichtlich falschen Altersangaben aussortiert. Die übrigen 43 Verläufe weisen ein typisches Abweichungsmuster von der „natürlichen“ Fertilität auf.

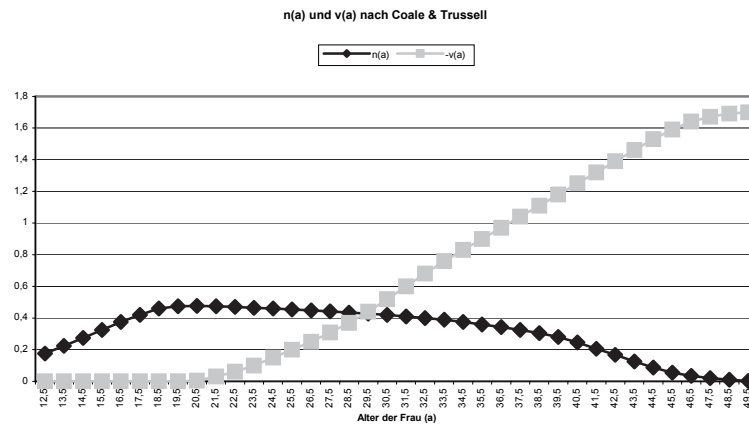
Aus den Einzeljahreswerten lassen sich nun umfassende Fertilitätsverläufe für hypothetische Bevölkerungen ohne außereheliche Fertilität und ohne Ehescheidungen durchführen, wobei die Heirat in verschiedenen Altern beginnen und über verschiedene Altersspannen reichen kann. Die altersspezifische Fertilitätsrate  $f(a)$  berechnet sich nach der Formel

$$f(a) = G(a)n(a)e^{m \cdot v(a)}. \quad (\text{Gleichung 9})$$

Konkret zu schätzen sind die Parameter  $M$  und  $m$ , während für  $n(a)$  und  $v(a)$  stets die in Abbildung 3 dargestellten festen Werte gesetzt werden. Da  $v(a)$  eine

negative Abweichung ist, wurde sie in Abbildung in Form von  $-v(a)$  als positive Abweichung eingetragen.

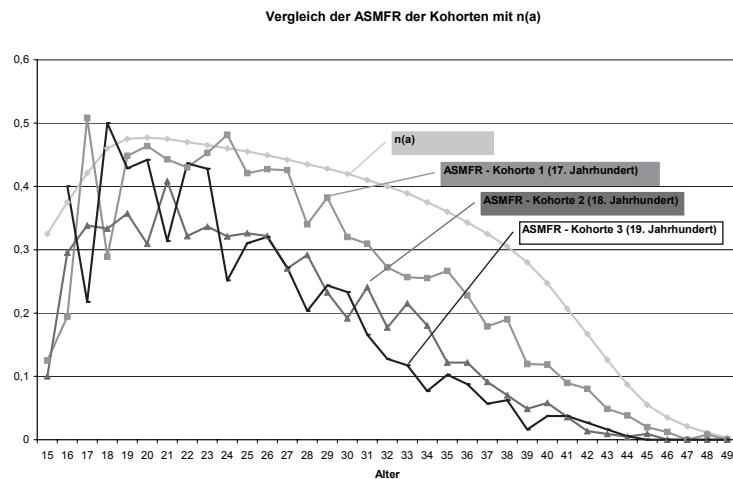
Abb. 3: Die von Coale und Trussell vorgegebenen Werte von  $n(a)$  und  $-v(a)$



Bringt man die fixe Verteilung der  $n(a)$  und der  $v(a)$  mit dem variablen Wert von  $m$  zusammen, ergibt sich die eheliche Fertilitätsverteilung in. Werte von  $m < 0$  bedeuten, dass die Abweichung der tatsächlichen ehelichen Fertilität von der "natürlichen" geringer ist und Werte von  $m > 0$  bedeuten, dass die Abweichung größer ist als die Normabweichung mit  $m = 0$ . Damit wird klar, dass der Parameter  $m$  immer dann, wenn er im Zusammenhang mit Modellfertilitätsverteilungen behandelt wird, ein Indikator für das Ausmaß der Geburtenkontrolle in einer Bevölkerung ist und dass vor allem zeitliche Änderungen von  $m$  Änderungen im Verhalten signalisieren. Je größer  $m$  ist, desto größer das Ausmaß der Geburtenkontrolle. Der absolute Wert von  $m$  ist allerdings nicht zu interpretieren. Diese Analysen haben zum Teil nur demonstrativen Charakter. Die Analyse der altersspezifischen Fertilität hat durch die Entwicklung der Ereignisdatenanalyse erhebliche Fortschritte erfahren, die über die einfacheren demographischen Verfahren weit hinausgehen.

Beim Vergleich der tatsächlich beobachteten altersspezifischen Ehefertilitätsraten der Kohorten 1 bis 3 (17. bis 19. Jahrhundert) zeigen sich im Vergleich mit der „natürlichen Fertilität“ hohe Raten, die allerdings das „natürliche Niveau“ nicht erreichen und im Laufe der Jahrhunderte zurückgehen:

Abb. 4: Vergleich der beobachteten altersspezifischen ehelichen Fertilitätsraten (ASMFR) mit der „natürlichen Fertilität“  $n(a)$



Mit der mittels OLS-Regression geschätzten Parameter  $M$  und  $m$  zeigen sich für die 3 Kohorten folgende Verläufe:

Abb. 5: Das Coale-und-Trussell-Modell mittels OLS-Regression für Kohorte 1 (17. Jahrhundert)

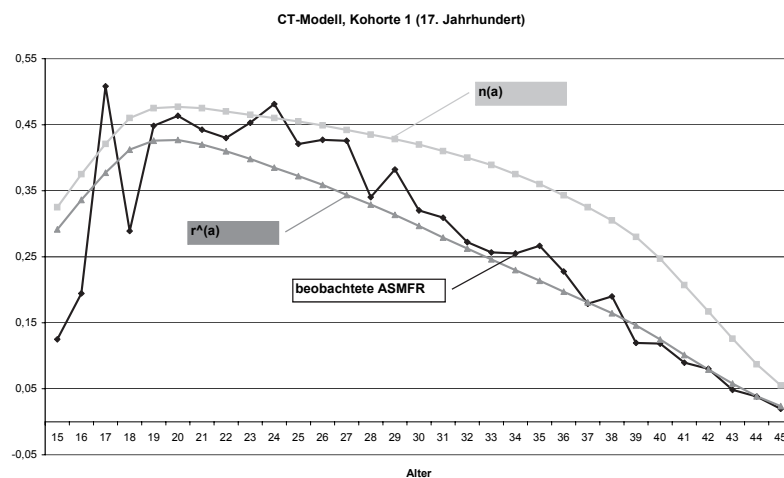


Abb. 6: Das Coale-und-Trussell-Modell mittels OLS-Regression für Kohorte 2 (18. Jahrhundert)

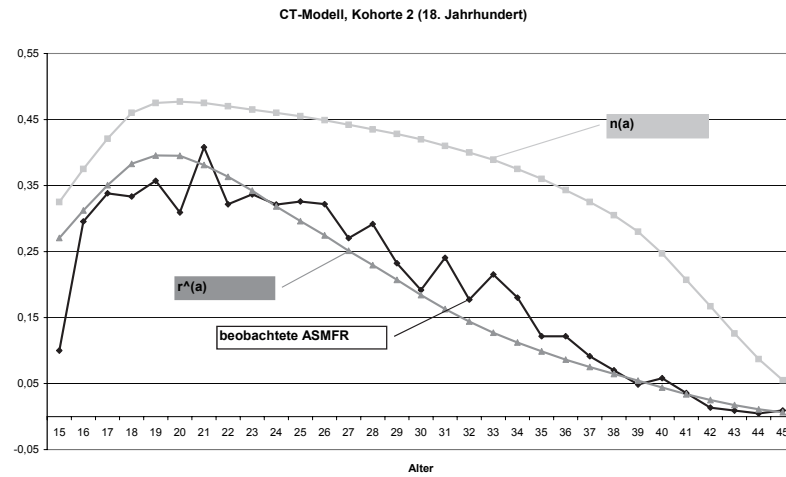
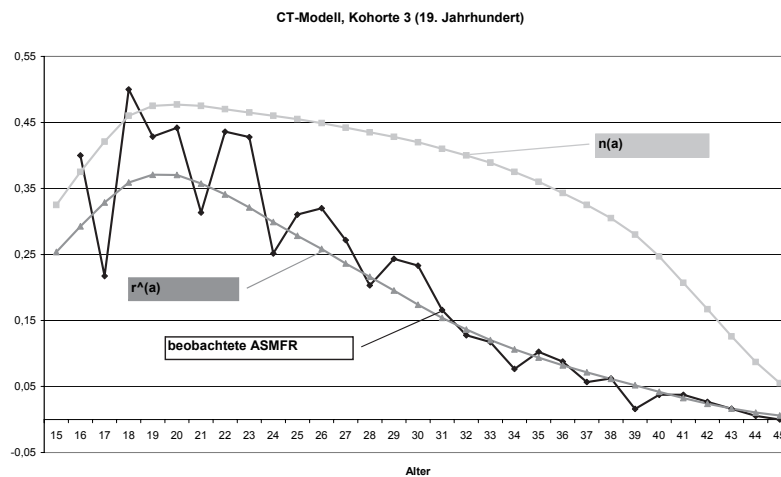


Abb. 7: Das Coale-und-Trussell-Modell mittels OLS-Regression für Kohorte 3 (19. Jahrhundert)



Die Parameter  $M$  und  $m$  ergaben per OLS-Regression folgende Werte:

Tab. 2: Die Schätzung der Parameter M und m im Coale-und-Trussell-Modell mittels OLS-Regression

	<i>Kohorte 1 (17. Jahrhundert)</i>	<i>Kohorte 2 (18. Jahrhundert)</i>	<i>Kohorte 3 (19. Jahrhundert)</i>
m	0,458	1,232	1,218
M	0,896	0,832	0,780
s <sup>2</sup>	0,054	0,125	0,099
e	0,157	0,169	0,240

Die Parameter M und m zeigten mittels Maximum-Likelihood-Schätzung folgende Ergebnisse:

Tab. 3: Die Schätzung der Parameter M und m im Coale-und-Trussell-Modell mittels MLE

	<i>Kohorte 1 (17. Jahrhundert)</i>	<i>Kohorte 2 (18. Jahrhundert)</i>	<i>Kohorte 3 (19. Jahrhundert)</i>
m	0,382	0,9851	1,354
M	0,897	0,828	0,866
T	39,520	35,702	26,981
$\chi^2_{95}$	42,557	42,557	40,113

Wie nach der Empfehlung von Coale und Trussell (1978) wurden für die OLS-Regression nur die Alterswerte 20,5 bis 44,5 in Betracht gezogen.

Die Abweichungen sind vor allem darauf zurückzuführen, dass bei der OLS-Regression nur altersspezifische Ehefertilitätsraten berücksichtigt werden, während die MLE die absoluten Fallzahlen der Geburten beachtet. Im Weiteren soll auf die geschätzten Parameter der MLE eingegangen werden. Bei allen geschätzten Parametern besteht nach dem  $\chi^2$ -Unabhängigkeitstest mit einem Konfidenzniveau von 95% ein Zusammenhang zwischen dem geschätzten und dem tatsächlichen Verlauf ( $T < \chi^2$ ). Dabei zeigt sich, dass das absolute Fertilitätsniveau nahezu konstant über die Jahrhunderte blieb, während die Intensität der Geburtenkontrolle auch im 17. Jahrhundert schon vorhanden war ( $m_1 = 0,382 > 0$ ), aber von Jahrhundert zu Jahrhundert zunahm (von  $m_2 = 0,9851$  auf  $m_3 = 1,354$ ). Dies weist darauf hin, dass es bereits im 17. Jahrhundert eine, wenn auch kleine, Geburtenkontrolle gab, die sich im Laufe der Jahrhunderte noch verstärkte.

## Das Page-Modell

Page betrachtete ein allgemeines Modell der ehelichen Fertilität (Page 1977: 88 ff.), sowohl nach dem Alter (a) als auch nach der Dauer der ersten Heirat (d) für eine bestimmte Zeitperiode (t).

Die eheliche Fertilitätsrate  $m$  wird bestimmt nach

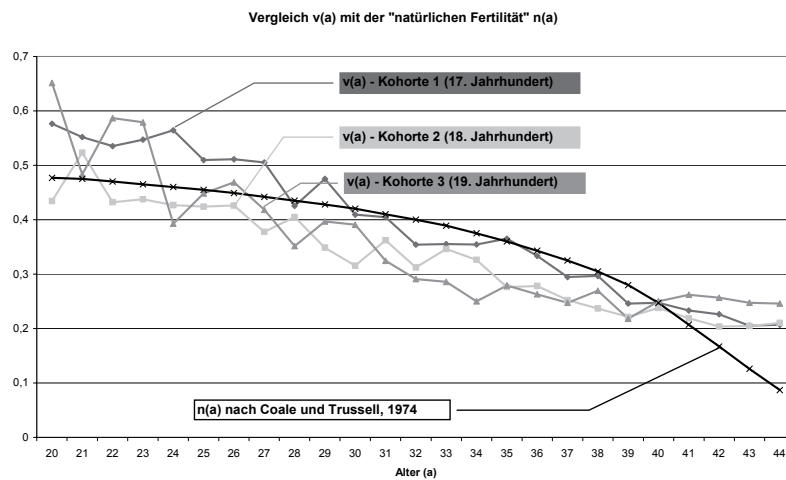
$$m(a,d,t) = L(t) v(a,t) u(d,t) \quad (\text{Gleichung 10})$$

mit  $L(t)$  als dem Periodeneffekt auf dem Gesamtniveau der Fertilität,  $v(a,t)$  beschreibt ein zeitvariiertes Altersmuster der Fertilität und  $u(d,t)$  ein zeitvariierendes Muster der Dauer der Fertilität. Page fand, dass sich das Altersmuster  $v(a,t)$  eher konstant über die Zeit verhält und Henrys Verläufen der „natürlichen Fertilität“ ähnelt. Der offensichtlichste Grund für das zugrunde liegende Altersmuster ist physiologisch bedingt. Das Modell zur Beschreibung der ehelichen Fertilitätsrate lässt sich bei Vernachlässigung der unterschiedlichen Steigungen der beobachteten altersspezifischen Fertilitätsraten reduzieren zu

$$m(a,d,t) = L(t) v(a,t) u(d,t). \quad (\text{Gleichung 11})$$

Die Reduzierung dieser Formel durch die Annäherung an die „natürliche Fertilität“ erbringt zwei Vorteile: als erstes wird die Anzahl der Parameter reduziert, und zweitens wird das Altersmuster komplett durch externe Daten erklärt und lässt damit das Page-Modell auch zur Schätzung von Altersmustern der Fertilität für andere als die untersuchten Populationen geeignet erscheinen.

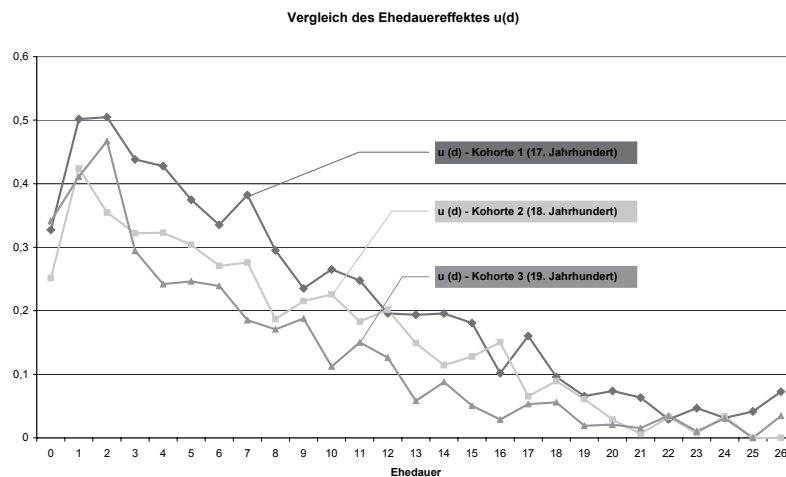
Abb. 8: Vergleich der Alterseffekte  $v(a)$  mit der „natürlichen Fertilität“ am Beispiel für 3 Geburtskohorten des deutschen Hochadels



Das Muster der Fertilitätsdauer  $u(d,t)$  war für jede Periode eine stetige Funktion, die erstaunlich gut an eine Exponentialfunktion angenähert werden kann-

te. Das Muster der Fertilitätsdauer repräsentiert die Geburtenerfahrung einer Kohorte. Auf einer logarithmischen Skala erscheint der Effekt der Fertilitätsdauer linear, d. h., die Fertilitätsrate jeder Kohorte fällt mit einer konstanten Rate  $\beta$  während der Ehedauer. Allerdings zeigen sich bei der Dauer  $d = 0$  eigentümliche Grenzbedingungen und mögliche Rückwirkungen auf eine Ehedauer von einem Jahr.

Abb. 9: Vergleich der Ehedauereffekte  $u(d)$  am Beispiel für 3 Geburtskohorten des deutschen Hochadels



Im nachfolgenden wird eine Geburtenkontrolle ausschließlich von der Heiratsdauer abhängig angenommen. Damit repräsentiert  $\beta$  die latente Intensität der Geburtenkontrolle. Allerdings ist in der Realität die Interpretation von  $v(a,t)$  und  $u(d,t)$  gewöhnlich komplexer. Diese Vereinfachungen führten zu dem Modell

$$f(a,d) = \theta n(a) \exp(\beta d) \quad (\text{Gleichung 12})$$

mit  $\theta$  als einen Parameter, der das Niveau der natürlichen Fertilität repräsentiert,  $n(a)$  als das Altersmuster der natürlichen Fertilität und  $\beta$  als den Grad, wie die eheliche Fertilität zu einer gegebenen Zeitperiode von der natürlichen Fertilität als einer Funktion der steigenden Dauer der Erstheirat abhängt.

Durch Division von  $n(a)$  und Logarithmierung lässt sich das Modell alternativ formulieren als

$$\ln [f(a,d)/n(a)] = \alpha + \beta d, \quad (\text{Gleichung 13})$$



wobei  $\alpha$  für  $\ln(\theta)$  ersetzt wurde. Der Logarithmus des Verhältnisses der ehelichen Fertilität mit einem bestimmten Alter und einer bestimmten Dauer zu der natürlichen Fertilität zu diesem Alter ist eine einfache lineare Funktion der seit der Erstheirat vergangenen Zeit.

Der fundamentale Unterschied zwischen dem Page-Modell und dem Modell von Coale und Trussell liegt in den Annahmen, die die Abweichung von der natürlichen Fertilität betreffen, wobei Coale und Trussell von einer vom Alter abhängigen Geburtenkontrolle ausgehen, während Page als die entscheidende Variable die Heiratsdauer ansah. Alter und Dauer stehen jedoch in einer engen Wechselbeziehung, man könnte also erwarten, dass die beiden Modelle sich sehr ähneln.

Das Altersmuster der Fertilität, das das Page-Modell impliziert, hat die Form

$$f(a) = n(a) \exp(\alpha + \beta d_0(a)), \quad (\text{Gleichung 14})$$

wobei  $d_0(a)$  ein altersabhängiger Wert ist, der durch Multiplikation mit  $\beta$  und durch Potenzieren den durchschnittlichen Grad der Geburtenkontrolle im Alter  $a$  beschreibt. Dieser Wert hängt im Allgemeinen vom unbekannten Parameter  $\beta$  ab. Das Page-Modell lässt sich auch in einer anderen Form darstellen:

$$f(d) = \bar{n}(d) \exp(\alpha + \beta d). \quad (\text{Gleichung 15})$$

$\bar{n}(d)$  bedeutet die mittlere natürliche Fertilität der Frauen nach der Erstheiratsdauer  $d$ . Diese Funktion hängt von keinen unbekannten Parametern ab, sie ist voll durch die Verteilung der Frauen nach Alter und Erstheiratsdauer bestimmt.

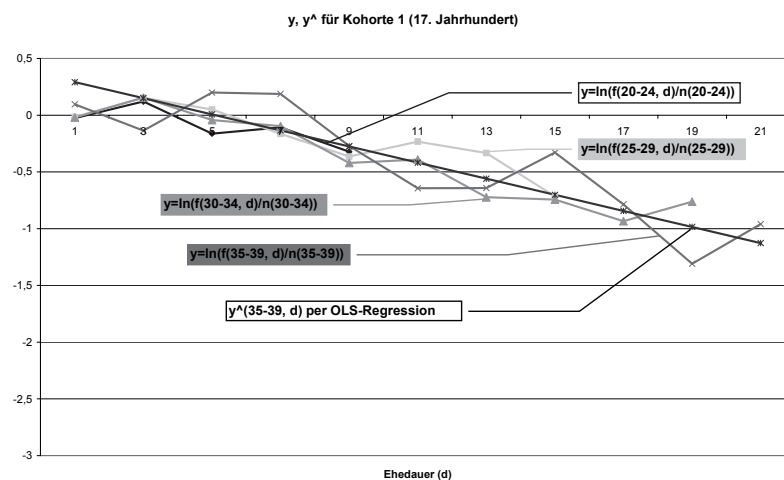
Tab. 4: Alter-dauer-spezifische eheliche Fertilitätsraten für die Kohorte 1 (17. Jahrhundert)

$f_i(a, d)$	20-24	25-29	30-34	35-39
1	0,4480	0,4244	0,3871	0,3542
3	0,5182	0,5022	0,4607	0,2807
5	0,3908	0,4527	0,3786	0,3929
7	0,4126	0,3654	0,3583	0,3881
9	0,3333	0,2992	0,2594	0,2451
11		0,3410	0,2669	0,1689
13		0,3086	0,1915	0,1693
15		0,2105	0,1878	0,2315
17			0,1552	0,1468
19			0,1842	0,0870
21				0,1232

Die vereinfachte Version des Page-Modells kann nun mit den empirischen Daten benutzt werden. Durch Zusammenfassung von 2 Ehedauerjahren und 5 Altersjahren lassen sich relativ gut passende alter-dauer-spezifische eheliche Fertilitätsraten berechnen, die einerseits auf einer genügend großen Fallzahl basieren, so dass zufällige Schwankungen ausgeglichen werden, aber andererseits es ermöglichen, eine Maximum-Likelihood-Schätzung durchzuführen. Dabei ergaben sich für die Kohorte 1 (17. Jahrhundert) oben aufgeführte Raten (siehe Tabelle 4).

Die Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  wurden zuerst per OLS-Regression für den längsten Pfad der Ehedauer (Altersgruppe 35-39-jährige verheiratete Frauen) geschätzt:

Abb. 10: Vergleich der OLS-Schätzgeraden  $\hat{y}$  im Page-Modell mit den beobachteten  $y$ -Werten für die Kohorte 1 (17. Jahrhundert)



Dabei zeigt sich schon der überraschend gute Verlauf der einzelnen Pfade der Ehedauer für verschiedene Altersgruppen.

Die Kohorte 2 (18. Jahrhundert) ergab nachstehend aufgeführte alter-dauer-spezifische Fertilitätsraten (siehe Tabelle 5).

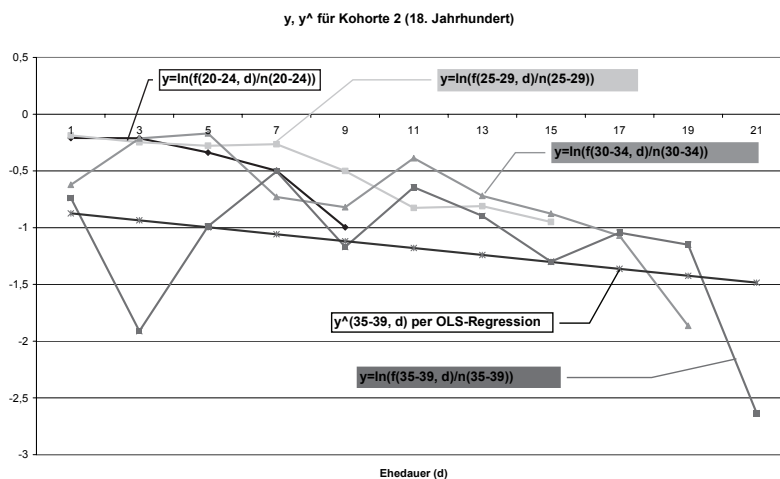
Daraus wurde die folgende OLS-Schätzgleichung für die Altersgruppe 35-39-jährige verheiratete Frauen ermittelt (siehe Abbildung 11).

Hierbei zeigen sich allerdings größere Schwankungen der Ehedauerpfade, vor allem für die Altersgruppe der 35-39-jährigen verheirateten Frauen, da die absoluten Kinderzahlen für diese Altersgruppe zurückgingen und damit die zufälligen Schwankungen der alter-dauer-spezifischen Fertilitätsraten zunahmen.

Tab. 5: Alter-dauer-spezifische eheliche Fertilitätsraten für die Kohorte 2 (18. Jahrhundert)

$f_2(a, d)$	20-24	25-29	30-34	35-39
1	0,3728	0,3571	0,2121	0,1538
3	0,3717	0,3363	0,3191	0,0476
5	0,3279	0,3261	0,3333	0,1200
7	0,2792	0,3305	0,1905	0,1944
9	0,1698	0,2612	0,1739	0,1000
11		0,1888	0,2680	0,1690
13		0,1915	0,1923	0,1313
15		0,1667	0,1643	0,0878
17			0,1353	0,1134
19			0,0612	0,1019
21				0,0231

Abb. 11: Vergleich der OLS-Schätzgeraden  $\hat{y}$  im Page-Modell mit den beobachteten y-Werten für die Kohorte 2 (18. Jahrhundert)



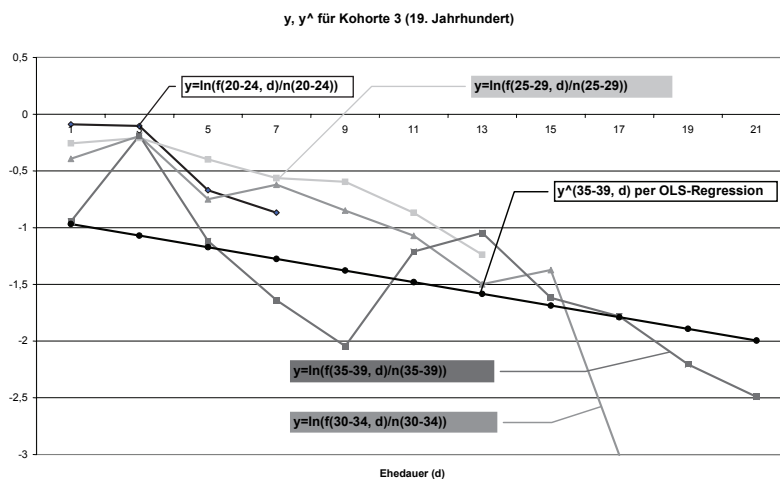
Für die Kohorte 3 (19. Jahrhundert) wurden folgende alter-dauer-spezifische Fertilitätsraten berechnet (siehe Tabelle 6). Auch hier zeigen sich starke Schwankungen vor allem in der obersten Altersgruppe der 35-39-jährigen verheirateten Frauen (siehe Abbildung 12).

Da die Maximum-Likelihood-Schätzung die absoluten Geburtenzahlen berücksichtigt, eignet sie sich besser als die OLS-Regression, die nur Raten berücksichtigt, zur Schätzung der Parameter  $\alpha$  und  $\beta$ .

Tab. 6: Alter-dauer-spezifische eheliche Fertilitätsraten für die Kohorte 3 (19. Jahrhundert)

$f_3(a,d)$	20-24	25-29	30-34	35-39
1	0,4206	0,3333	0,2667	0,1250
3	0,4144	0,3492	0,3255	0,2667
5	0,2352	0,2892	0,1864	0,1053
7	0,1930	0,2453	0,2121	0,0625
9	0,0000	0,2372	0,1688	0,0417
11		0,1807	0,1353	0,0959
13		0,1250	0,0882	0,1130
15			0,1000	0,0638
17			0,0196	0,0542
19			0,0000	0,0355
21				0,0267

Abb. 12: Vergleich der OLS-Schätzgeraden  $\hat{y}$  im Page-Modell mit den beobachteten y-Werten für die Kohorte 3 (19. Jahrhundert)



Für die Kohorte 1 (17. Jahrhundert) ergab sich folgende Schätzung der Geburtenzahlen für die Altersgruppe der 35-39-jährigen verheirateten Frauen (siehe Abbildung 13).

Das Konfidenzband der auf der Poissonverteilung beruhenden Maximum-Likelihood-Schätzung stimmt in diesem Fall noch relativ gut mit den erwarteten Geburtenzahlen mittels OLS-Regression überein.

Abb. 13: Vergleich der mittels OLS-Regression und MLE geschätzten Lebendgeburten im Page-Modell mit den tatsächlichen Lebendgeburten der 35-39-jährigen verheirateten Frauen der Kohorte 1 (17. Jahrhundert)

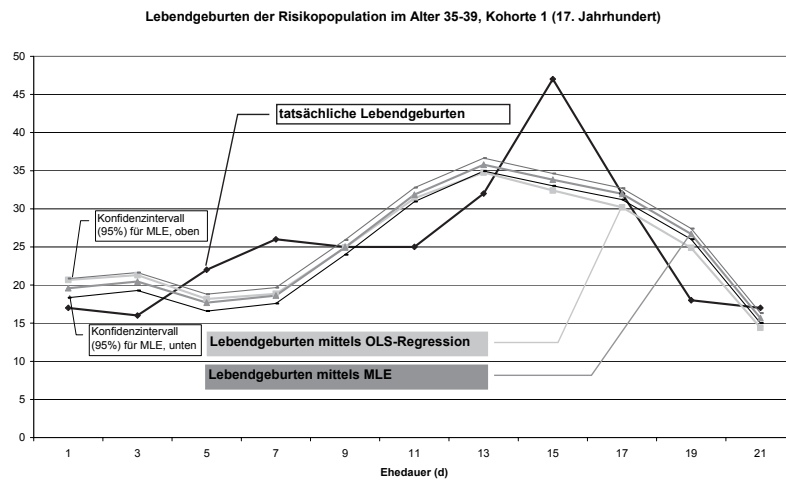
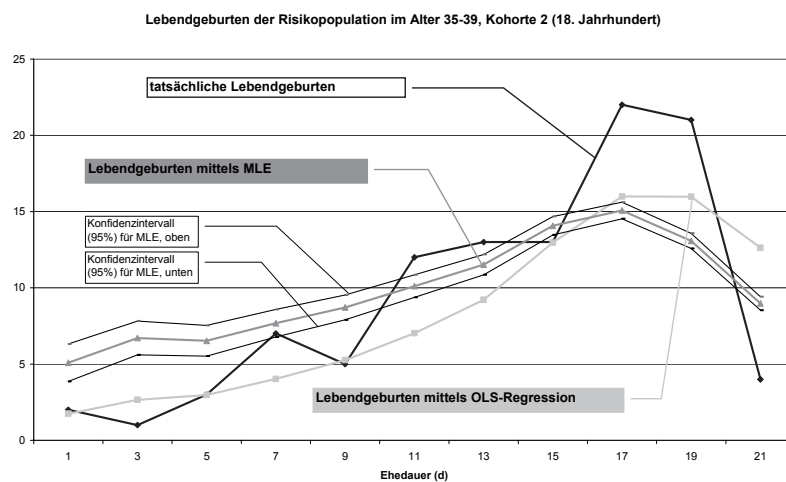


Abb. 14: Vergleich der mittels OLS-Regression und MLE geschätzten Lebendgeburten im Page-Modell mit den tatsächlichen Lebendgeburten der 35-39-jährigen verheirateten Frauen der Kohorte 2 (18. Jahrhundert)

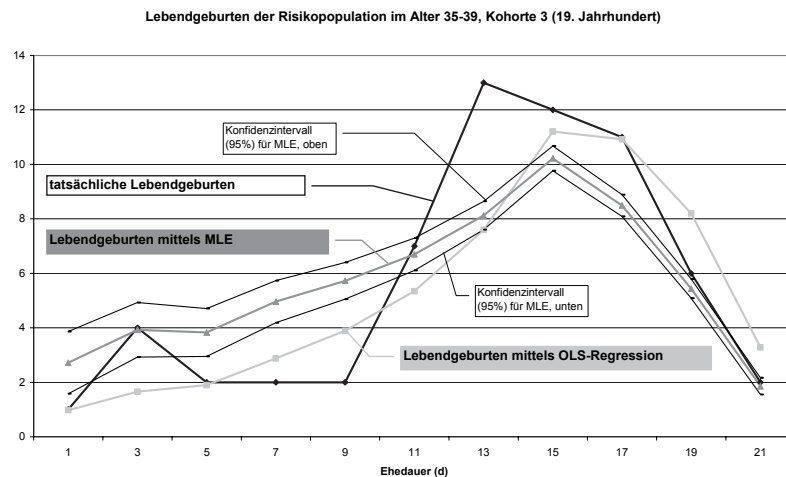


Die Kohorte 2 (18. Jahrhundert) weist für das Konfidenzband der Maximum-Likelihood-Schätzung schon größere Abweichungen zur OLS-Regression auf (siehe Abbildung 14).

Die stärkeren Schwankungen sind auf kleinere Fallzahlen der tatsächlichen Lebendgeburten der 35-39-jährigen Ehefrauen zurückzuführen.

Für Kohorte 3 (19. Jahrhundert) ergibt sich folgendes Bild:

Abb. 15: Vergleich der mittels OLS-Regression und MLE geschätzten Lebendgeburten im Page-Modell mit den tatsächlichen Lebendgeburten der 35-39-jährigen verheirateten Frauen der Kohorte 3 (19. Jahrhundert)



Die Geburtenzahlen der 35-39-jährigen Ehefrauen nehmen hier allerdings noch mehr ab.

Die OLS-Regression und die MLE ergaben folgende Parameterschätzungen für  $\alpha$  und  $\beta$ :

Tab. 7: Vergleich der geschätzten Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  im Page-Modell

	$\alpha$ per OLS	$\alpha$ per MLE	$\beta$ per OLS	$\beta$ per MLE
Kohorte 1 (17. Jahrhundert)	0,361	0,301	-0,071	-0,064
Kohorte 2 (18. Jahrhundert)	-0,844	0,295	-0,031	-0,101
Kohorte 3 (19. Jahrhundert)	-0,916	0,186	-0,051	-0,131

Alle geschätzten Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  der Maximum-Likelihood-Schätzung erwiesen sich beim  $\chi^2$ -Unabhängigkeitstest zu mindestens auf dem 95%-Konfidenzniveau als abhängig von den tatsächlichen Lebendgeburten. Da, wie oben erwähnt, sich die MLE aus methodischen Gründen besser als die Parame-

terschätzung per OLS-Regression zur Interpretation der Daten eignet, soll im weiteren auf die  $\beta$ -Parameterschätzungen der MLE eingegangen werden.

Der Parameter  $\beta$  repräsentiert die latente Intensität der Geburtenkontrolle. Dabei zeigt sich, dass bereits im 17. Jahrhundert eine geringe Geburtenkontrolle vorhanden war (-0,064), diese dann im 18. Jahrhundert anstieg (-0,101) und im 19. Jahrhundert noch weiter zunahm (-0,131). Zwar kann dieser Parameter nicht einfach als Grad der Geburtenkontrolle interpretiert werden, er beweist jedoch, dass es auch im Hochadel des 17. Jahrhunderts eine Geburtenkontrolle gab, diese dann in den nachfolgenden Jahrhunderten noch zunahm.

## Schlussfolgerungen

Die These, dass der deutsche regierende Hochadel sich seit dem 17. Jahrhundert bei der Geburtenzahl entsprechend der „Natural Fertility“ verhält, ist nicht aufrecht zu erhalten. Viel wahrscheinlicher ist es, dass auch der deutsche regierende Hochadel eine „Target Fertility“ bis zur gewünschten Zahl potenzieller Nachfolger verfolgte und im Laufe der Jahrhunderte aufgrund der zurückgehenden Säuglings- und Kindersterblichkeit dieses Ziel mit immer weniger Lebendgeburten erreicht werden konnte. So blieben die Fertilitätsraten zwar hoch, erreichten allerdings nicht das Niveau der „Natural Fertility“. Aussterben stellte für den Hochadel eine Bedrohung dar, aber auch Kinderreichtum war nicht problemlos. Einer kinderreichen Familie drohte zwar nicht die Gefahr, dass ihr Geschlecht unterging, aber die Versorgung zahlreicher Kinder belastete den Besitz immer in sehr starkem Maße. Nach dem Espenshade-Modell wurden im 17. Jahrhundert durchschnittlich die ersten 4 Kinder ohne eine bewusste Geburtenkontrolle gezeugt, dieser Betrag sank dann aber stark im 18. und weiter im 19. Jahrhundert von 2,5 auf nur noch ein einzelnes Kind. Auch die beiden relationalen Modelle von Coale und Trussell bzw. Page zeigen bereits im 17. Jahrhundert eine signifikante Abweichung vom natürlichen Fertilitätsverlauf, wobei eine massive Geburtenkontrolle allerdings erst im 18. Jahrhundert zu beobachten ist. Diese Ergebnisse und die hier nicht vorgestellten Ergebnisse der Mortalitätsuntersuchung deuten darauf hin, dass der demographische Übergang beim deutschen Hochadel schon wesentlich früher (ca. 100 Jahre) als bei der Allgemeinbevölkerung einsetzte.

Bei den verwendeten Modellen erwies sich das Page-Modell als das brauchbarste, eine breite Verwendung erweist sich allerdings aufgrund der benötigten Daten (alter-dauer-spezifische Ehefertilitätsraten) als schwierig.

Ähnlich sieht es mit weiterentwickelten Modellen, wie zum Beispiel von Zhu (1993) aus, das Fertilitätsdaten nach Alter und Parität benötigt.

## References

- Broström, Goran. 1985. Practical aspects on the estimation of the parameters in Coale's model for marital fertility. *Demography* 22: 625-631.
- Coale, Ansley J. 1971. Age Pattern of Marriage. *Population Studies* 25: 193-214.
- Coale, Ansley J., and T. James Trussell. 1974. Model fertility schedules: Variations in the age structure of childbearing in human populations. *Population Index* 40: 185-258.
- Coale, Ansley J., and T. James Trussell. 1975. Erratum: Model fertility schedules: Variations in the age structure of childbearing in human populations. *Population Index* 41: 572.
- Coale, Ansley J., and James Trussell. 1978. Technical Note: Finding the two parameters that specify a model schedule of marital fertility rates. *Population Index* 44: 203-213.
- Espenshade, Thomas J. 1971. A New Method for Estimating the Level of Natural Fertility in Populations Practicing Birth Control. *Demography* 9: 525-536.
- Henry, Louis. 1953. Fondements théoriques des mesures de la fécondité naturelle. *Review of the International Institute of Statistics*. 21: 135-151.
- Henry, Louis. 1961. Some Data on Natural Fertility. *Eugenics Quarterly* 8: 81-91.
- Henry, Louis. 1979. Concepts actuels et Resultats empiriques sur la fecondite naturelle. In *Patterns and Determinants of Natural Fertility: Proceedings of a Conference*, eds. Henri Léridon and Jane A. Menken, 15-27. Liege: Ordina.
- Hollingsworth, Thomas Henry. 1957. A Demographic Study of the British Ducal Families. *Population Studies* 11: 4-26.
- Hurwich, Judith J. 1998. Marriage Strategy among the German Nobility, 1400-1699. *Journal of Interdisciplinary History* 29: 169-195.
- Isenburg, Wilhelm Karl Prinz von. 1956-78. Stammtafeln zur Geschichte der europäischen Staaten, 2 Bde., 2. Auflage, Frank Baron Freytag von Loringhoven ed.. Neue Folge herausgegeben von Detlev Schwennicke, 1980 ff.
- Page, H. J. 1977. Patterns Underlying Fertility Schedules: A decomposition by both age and marriage duration. *Population Studies* 31: 85-106.
- Peller, Sigismund. 1965. Births and Deaths among Europe's Ruling Families since 1500. In *Population in History*, eds. D.V. Glass and D.E.C. Eversley, 87-100. London.
- Rodríguez, German, and James Trussell. 1980. Maximum Likelihood Estimation of the Parameters of Coale's Model Nuptiality Schedule from Survey Data. *World Fertility Survey – Technical Bulletins*.
- Rodríguez, German, J. 1988. Modelling marital fertility by age and duration: An empirical appraisal of the Page model. *Population Studies* 42: 241-257.
- Trussell, T. James. 1979. Natural fertility: Measurement and use in fertility models. In *Patterns and Determinants of Natural Fertility: Proceedings of a Conference*, eds. Henri Léridon and Jane A. Menken, 31-64. Liege: Ordina.
- Wilson, Chris, Jim Oeppen and Mike Pardoe. 1988. What Is Natural Fertility? The Modelling Of A Concept. *Population Index* 54: 4-20.
- Zhu, Jun. 1993. A Model of the Age Patterns of Births by Parity in Natural Fertility Populations. *Mathematical Population Studies* 4 (3): 153-173.